



곱셈 공식의 활용

1 곱셈 공식의 변형

- (1) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$
- (2) $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab, (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$
- (3) $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$
- (4) $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4, \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4$

예제 1 $x+y=1, xy=-6$ 일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

- (1) $x^2 + y^2$
- (2) $(x-y)^2$

예제 2 $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

- (1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$
- (2) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$

2 $x = a \pm \sqrt{b}$ 꼴이 주어진 경우 식의 값 구하기

[방법 1] 주어진 조건을 변형하여 식의 값을 구한다.

$$x = a + \sqrt{b} \rightarrow x - a = \sqrt{b} \rightarrow (x - a)^2 = b$$

[방법 2] 주어진 조건을 식에 대입하여 식의 값을 구한다.

예제 3 다음을 구하시오.

- (1) $x = -1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 + 2x$ 의 값
- (2) $x = 3 - \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 - 6x + 1$ 의 값

3 공통부분이 있는 식의 전개

공통부분을 한 문자로 놓고 전개한 후 다시 공통부분을 대입하여 전개한다.

예 $(x+y+1)(x+y-1) = (A+1)(A-1) \leftarrow$ 공통부분인 $x+y$ 를 A 로 놓는다.

$$= A^2 - 1 \quad \leftarrow \text{전개한다.}$$

$$= (x+y)^2 - 1 \quad \leftarrow A \text{에 } x+y \text{를 대입한다.}$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 1 \quad \leftarrow \text{전개하여 정리한다.}$$

예제 4 $(a-b+3)(a-b-1)$ 을 계산하시오.

* 두 수의 합과 곱이 주어질 때, 식의 값 구하기

(1) $a+b=5, ab=4$ 이면
 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
 $= 5^2 - 2 \times 4 = 17$

(2) $a + \frac{1}{a} = 3$ 이면
 $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$
 $= 3^2 - 2 = 7$

* $x = a \pm \sqrt{b}$ 꼴이 주어진 경우 식의 값 구하기

$x = 1 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 2x$ 의 값은

[방법 1] $x - 1 = \sqrt{3}$
 $\xrightarrow[\text{제곱}]{\text{양변}}$ $(x-1)^2 = (\sqrt{3})^2$
 $x^2 - 2x + 1 = 3$
 $\therefore x^2 - 2x = 2$

[방법 2] $x^2 - 2x$
 $= (1 + \sqrt{3})^2 - 2(1 + \sqrt{3})$
 $= 1 + 2\sqrt{3} + 3 - 2 - 2\sqrt{3}$
 $= 2$

참고 계산을 편리하게 하기 위해 공통부분을 한 문자로 바꾸는 것을 치환이라 한다.

Step 1 반드시 나오는 문제

1 $(ax-y)(2x-5y-1)$ 을 전개한 식에서 xy 의 계수가 13일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 5

2 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$
- ② $(2x+3)(3x-4) = 6x^2 - x - 12$
- ③ $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$
- ④ $(a-2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$
- ⑤ $(x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 8$

3 다음 중 $(x-y)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

- ① $(x+y)^2$ ② $(y-x)^2$
- ③ $(-x-y)^2$ ④ $-(x+y)^2$
- ⑤ $-(x-y)^2$

4 $(x+a)^2 = x^2 + bx + 9$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a > 0$)

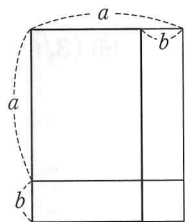
- ① -4 ② -3 ③ 3
- ④ 8 ⑤ 9

5 $a^2=8, b^2=9$ 일 때, $(\frac{3}{2}a + \frac{1}{3}b)(\frac{3}{2}a - \frac{1}{3}b)$ 의 값을 구하시오.

중요 6 $(Ax+2)(2x+B) = 6x^2 + Cx - 6$ 일 때, C 의 값은? (단, A, B, C 는 상수)

- ① -7 ② -5 ③ -3
- ④ 3 ⑤ 5

중요 7 오른쪽 그림과 같은 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab + b^2$
- ② $a^2 - b^2$
- ③ $a^2 + b^2$
- ④ $a^2 + 2ab + b^2$
- ⑤ $a^2 + 2ab$

중요 8 곱셈 공식을 이용하여 102×98 을 계산하려고 할 때, 다음 중 가장 편리한 것은?

- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (단, $a > 0, b > 0$)
- ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (단, $a > 0, b > 0$)
- ③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- ④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- ⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

전국 중학교의 기출문제와 새로운 교육과정의 문제를
종합, 분석하여 핵심 문제만을 모았습니다.

9 $(2\sqrt{2}-1)^2 - (3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})$ 을 계산하면?

- ① $4-5\sqrt{2}$ ② $5+5\sqrt{2}$ ③ $2-4\sqrt{2}$
 ④ $6-4\sqrt{2}$ ⑤ $6+4\sqrt{2}$

10 $\frac{4}{7+3\sqrt{5}} - \frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} = a+b\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 에
 대하여 ab 의 값을 구하시오.

중요 11 $x-y=4, xy=2$ 일 때, x^2+y^2 의 값은?

- ① 12 ② 16 ③ 20
 ④ 24 ⑤ 26

하차/돌다리 문제

12 $x + \frac{1}{x} = 5$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

- ① 19 ② 21 ③ 23
 ④ 25 ⑤ 27

Step2 자주 나오는 문제

13 $(x+ay-3)(2x-y+b)$ 를 전개한 식에서 상수항
 이 12, xy 의 계수가 5일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의
 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

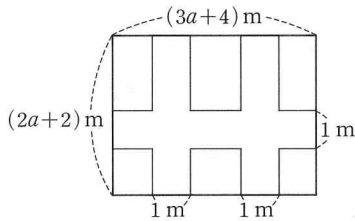
14 다음 중 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은?

- ① $(x+3)(x-7) = x^2 - 4x - \square$
 ② $(-3x+4y)^2 = 9x^2 - \square xy + 16y^2$
 ③ $(-2x-3)^2 = 4x^2 + 12x + \square$
 ④ $\left(\frac{3}{5}a+2b\right)\left(\frac{3}{5}a-2b\right) = \square a^2 - 4b^2$
 ⑤ $(x+5y)(2x-7y) = 2x^2 + \square xy - 35y^2$

15 $(x+4)(x-2) - (x-a)^2$ 을 간단히 하면 x 의 계수
 가 4일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 4
 ④ 6 ⑤ 8

중요 16 가로, 세로의 길이가 각각 $(3a+4)$ m, $(2a+2)$ m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 폭이 1 m로 일정한 길을 만들 때, 길을 제외한 부분의 넓이는?



- ① $(6a^2+a-1)m^2$
- ② $(6a^2-a+1)m^2$
- ③ $(6a^2+7a+2)m^2$
- ④ $(6a^2-7a-2)m^2$
- ⑤ $(6a^2-7a+2)m^2$

아차! 돌다리 문제

중요 17 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1328^2 - 1329 \times 1326}{5}$ 을 계산하면?

- ① 158
- ② 184
- ③ 253
- ④ 266
- ⑤ 344

18 $(2-\sqrt{3})(a+2\sqrt{3})$ 을 계산한 결과가 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

19 $x = \frac{2}{3+\sqrt{7}}, y = \frac{2}{3-\sqrt{7}}$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① 12
- ② 24
- ③ $12\sqrt{7}$
- ④ 28
- ⑤ 32

20 $x^2 - 7x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

- ① 43
- ② 45
- ③ 47
- ④ 49
- ⑤ 51

21 $a+b=4, a^2+b^2=10$ 일 때, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $-\frac{10}{3}$
- ② -1
- ③ 0
- ④ $\frac{1}{5}$
- ⑤ $\frac{10}{3}$

22 $x = \frac{3}{\sqrt{2}+1}$ 일 때, $x^2 + 6x - 5$ 의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 9
- ⑤ 13

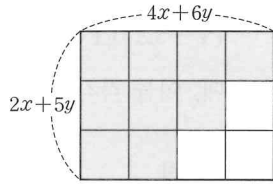
23 $(a+b-3)(a-b+3)$ 을 전개한 식에서 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합은?

- ① -9
- ② -6
- ③ -3
- ④ 6
- ⑤ 9

서술형 문제

Step 3 만점! 도전 문제

24 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $4x+6y$, $2x+5y$ 인 직사각형 모양의 벽면을 서로 합동인 직사각형 모양의 타일 12개로 빈틈없이 겹치지 않게 붙이고 있다. 아직 타일을 붙이지 않은 부분의 넓이를 구하시오.



(단, 색칠한 부분이 타일을 붙인 부분이다.)

중요 25 다음 식을 만족시키는 자연수 a 의 값은?

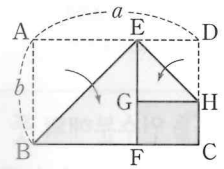
$$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)=2^a-1$$

- ① 4
- ② 8
- ③ 10
- ④ 15
- ⑤ 16

26 $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{49}+\sqrt{50}}$ 의 값을 구하시오.

27 $x+y=3$, $xy=1$ 일 때, x^4+y^4 의 값은?
 ① 47 ② 72 ③ 97
 ④ 122 ⑤ 136

28 가로, 세로의 길이가 각각 a , b 인 직사각형 모양의 종이를 오른쪽 그림과 같이 \overline{AB} 를 \overline{BF} 에, \overline{ED} 를 \overline{EG} 에 겹치게 접었다. 이때 직사각형 $GFCH$ 의 넓이를 구하시오.



(단, $a > b$ 이고, 풀이 과정을 자세히 쓰시오.)

풀이 과정

답

29 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $(a-b)^2$ 의 값을 구하시오.

(단, 풀이 과정을 자세히 쓰시오.)

풀이 과정

답

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23

8
9
10



족집게 문제

Step 1 반드시 나오는 문제

1 다음 중 $x^2y(a+b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① xy ② $a+b$ ③ x^2
- ④ y ⑤ xy^2

2 다음 중 인수분해가 옳은 것은?

- ① $ab+2b^2=b(a+2)$
- ② $4x^2y-8x=4(x^2y-8x)$
- ③ $ax-ay-z=a(x-y-z)$
- ④ $2ab+a=a(2b-1)$
- ⑤ $(a-2b)x+(2b-a)=(a-2b)(x-1)$

3 다음 보기 중 $x^2+5x-14$ 의 인수를 모두 고른 것은?

• 보기 •

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ㄱ. $x+7$ | ㄴ. $x-7$ |
| ㄷ. $x+2$ | ㄹ. $x-2$ |
| ㅁ. $(x+7)(x-2)$ | ㅂ. $(x-7)(x+2)$ |

- ① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄹ, ㅁ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㅂ

4 $x^2-10x+a$ 가 $(x+b)^2$ 으로 인수분해될 때, 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15
- ④ 20 ⑤ 25

5 다음 중 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은?

- ① $2x^2-4x+2$ ② $a^2+8ab+16b^2$
- ③ $9x^2+6x+1$ ④ $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}$
- ⑤ $a^2-10ab+16b^2$

중요 6 이차식 $x^2+ax+49$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 양수 a 의 값은?

- ① 3 ② 7 ③ 14
- ④ 21 ⑤ 28

중요 7 다음 중 인수분해가 옳지 않은 것은?

- ① $x^2-4xy+4y^2=(x-2y)^2$
- ② $4x^2-25=(2x+5)(2x-5)$
- ③ $x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$
- ④ $3x^2+5xy+2y^2=(3x+2y)(x+y)$
- ⑤ $4xy^2-4xy+x=x(2y+1)^2$

8 다음 중 a^8-1 의 인수가 아닌 것은?

- ① a^2+1 ② a^2-1 ③ $a+1$
- ④ $a-1$ ⑤ $(a-1)^2(a+1)$

전국 중학교의 기출문제와 새로운 교육과정의 문제를
종합, 분석하여 핵심 문제만을 모았습니다.

9 $6x^2 - 23x + A$ 를 인수분해하면 $(2x-3)(3x-B)$
일 때, 상수 A, B 에 대하여 $A+B$ 의 값은?

- ① -14 ② 7 ③ 14
④ 21 ⑤ 28

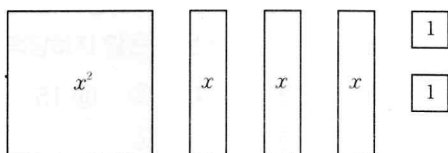
10 다음 중 두 다항식 $x^2 - 3x - 4$ 와 $x^2 - x - 12$ 의 공
통인 인수는?

- ① $x+4$ ② $x+3$ ③ $x+1$
④ $x-4$ ⑤ x^2

중요 11 $x-4$ 가 $3x^2 + ax - 8$ 의 인수일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -10 ② -8 ③ -2
④ 2 ⑤ 4

12 다음 그림과 같은 넓이를 가진 6장의 색종이가 있다.
이 색종이들의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형의 가로
의 길이가 $x+1$ 일 때, 세로의 길이를 구하시오.



Step 2 자주 나오는 문제

13 다음 중 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

$$15x^2y - 5xy \begin{matrix} \xrightarrow{\text{㉠}} \\ \xleftarrow{\text{㉡}} \end{matrix} 5xy(3x-1)$$

- ① ㉠의 과정을 인수분해한다고 한다.
② ㉡의 과정을 전개한다고 한다.
③ $5xy$ 는 $15x^2y, -5xy$ 의 공통인 인수이다.
④ ㉡의 과정에서 결합법칙이 이용된다.
⑤ $5x, y, 3x-1$ 은 모두 $15x^2y - 5xy$ 의 인수이다.

14 다음 보기 중 $x+3$ 을 인수로 갖는 다항식을 모두 고른
것은?

• 보기 •

ㄱ. $x^2 - 9x + 18$	ㄴ. $3x^2 - 21x + 30$
ㄷ. $x^2 - 9$	ㄹ. $2x^2 + x - 15$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

15 다음 중 식이 완전제곱식으로 인수분해될 때, □ 안의
수가 가장 큰 것은?

- ① $x^2 - 2x + \square$ ② $\square x^2 + 4x + 1$
③ $x^2 + \square xy + \frac{1}{16}y^2$ ④ $9x^2 + 6x + \square$
⑤ $4y^2 + \square y + \frac{1}{4}$

16 $(x-1)(x+3) + m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는
상수 m 의 값을 구하시오.

17 $0 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 + 6x + 9}$ 를 간단히 하시오.

18 $6x^2 + (4a - 7)x - 12$ 를 인수분해하면 $(2x + b)(3x - 4)$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하시오.

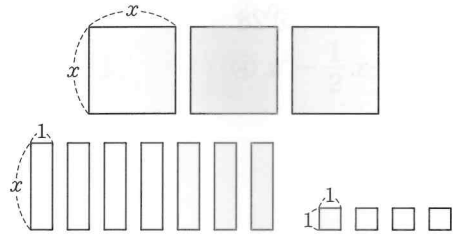
19 두 다항식 $x^2 + Ax - 12, 2x^2 + x + B$ 가 $x + 2$ 를 공통인 인수로 가질 때, 상수 A, B 에 대하여 $A + B$ 의 값은?

- ① -14 ② -12 ③ -10
④ -8 ⑤ -6

이차식 풀이 문제

20 x^2 의 계수가 1인 이차식을 연정이는 상수항을 잘못 보고 $(x + 5)(x - 2)$ 로 인수분해하였고, 태선이는 x 의 계수를 잘못 보고 $(x + 10)(x - 4)$ 로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하시오.

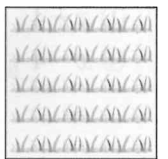
21 다음 그림의 모든 직사각형을 빈틈없이 겹치지 않게 이어 붙여서 하나의 큰 직사각형을 만들 때, 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는?



- ① $3x + 2$ ② $4x + 4$ ③ $5x + 7$
④ $6x + 8$ ⑤ $8x + 10$

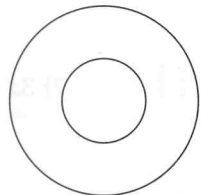
22 오른쪽 그림과 같이 넓이가

$4a^2 + 20a + 25$ 인 정사각형 모양의 발이 있다. 이 발의 둘레의 길이를 구하시오. (단, $a > 0$)

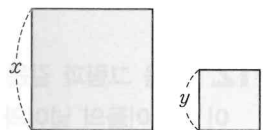


23 오른쪽 그림과 같이 큰 원의 내부에 작은 원이 있다. 두 원의 반지름의 길이의 합과 차가 각각 9, 4일 때, 색칠한 부분의 넓이는?

- ① 6π ② 9π
③ 13π ④ 16π
⑤ 36π



24 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 x, y 인 두 개의 정사각형이 있다. 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 80이고, 넓이의 차이가 200일 때, 두 정사각형의 한 변의 길이의 차는? (단, $x > y$)



- ① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

서술형 문제

Step3 **안정! 도전 문제**

25 $x^2 - 5ax + b$ 에 $ax + b$ 를 더하면 완전제곱식이 된다고 할 때, 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

(단, a, b 는 50 이하의 자연수이다.)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 5개

26 $1 < a < 30$ 이고 $\sqrt{x} = a - 1$ 일 때,
 $\sqrt{x - 4a + 8} + \sqrt{x + 6a + 3}$ 의 값은?

- ① $-2a + 1$ ② $2a - 1$ ③ 0
- ④ 5 ⑤ 8

27 $x^2 + kx - 20 = (x + a)(x + b)$ 일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것은? (단, a, b 는 정수)

- ① -19 ② -8 ③ -2
- ④ 1 ⑤ 8

28 $3x^2 + ax - 2$ 는 x 의 계수가 자연수이고 상수항이 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 다음 중 상수 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

- ① -5 ② -1 ③ 1
- ④ 5 ⑤ 7

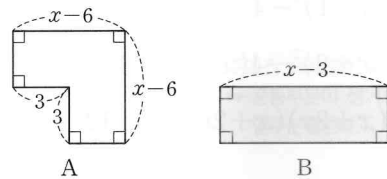
29 다음 두 다항식을 각각 x 의 계수가 자연수인 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 일차 이상의 공통인 인수를 구하시오. (단, 풀이 과정을 자세히 쓰시오.)

$$12x^2 + 4x - 5, \quad x(2x - 1) + y(1 - 2x)$$

풀이 과정

답

30 다음 그림에서 두 도형 A, B의 넓이가 서로 같다. 도형 B의 가로 길이가 $x - 3$ 일 때, 세로의 길이를 구하시오.



풀이 과정

답